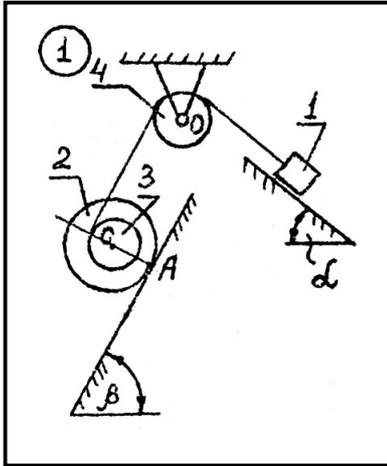


УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА II РОДА

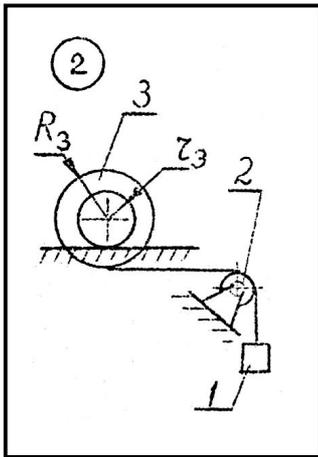
Публикуется по учебному изданию

Уравнения Лагранжа второго рода: методические указания к курсовому заданию по динамике / В.И.Дронг, Г.М.Максимов, А.И.Огурцов / под ред. В.В.Дубинина. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1985.



1. Груз 1 массой m_1 скользит по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. К грузу прикреплен конец нерастяжимой нити, которая переброшена через блок 4 и намотана на барабан 3 радиуса r , жестко соединенный с катком 2 радиуса R . Каток 2 катится со скольжением по плоскости, наклоненной к горизонту под углом β . Масса катка с барабаном равна m_2 , его радиус инерции ρ , коэффициент трения скольжения между катком и наклонной плоскостью равен f .

При решении задачи массами блока 4 и нити, трением скольжения между грузом 1 и плоскостью, а также трением качения и трением на оси блока пренебречь. Полагать, что нить по барабану не скользит и что вектор \vec{v}_A скорости точки А катка направлен вниз по линии наибольшего ската наклонной плоскости. Составить дифференциальные уравнения движения системы.



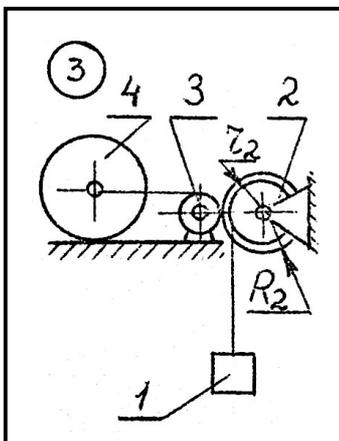
2. Груз 1 прикреплен к нити, которая перекинута через блок 2, и другой ее конец охватывает внешнюю ступень катка 3. Каток 3 движется по горизонтальному рельсу с проскальзыванием.

Составить дифференциальные уравнения движения механической системы, если сила трения скольжения катка по рельсу направлена влево.

При расчетах принять:

- 1) массы звеньев $m_1 = 10$ кг, $m_2 = 5$ кг, $m_3 = 25$ кг;
- 2) блок 2 - однородный диск;
- 3) $r_3 = 0,4$ м; $R_3 = 1,2$ м;
- 4) радиус инерции катка 3 относительно его оси $\rho = 0,8$ м;
- 5) коэффициент трения скольжения катка по рельсу $f = 0,3$;
- 6) в начальный момент скорость точки контакта катка с

Моментом трения качения катка, массой нити и сопротивлением в опоре блока пренебречь.



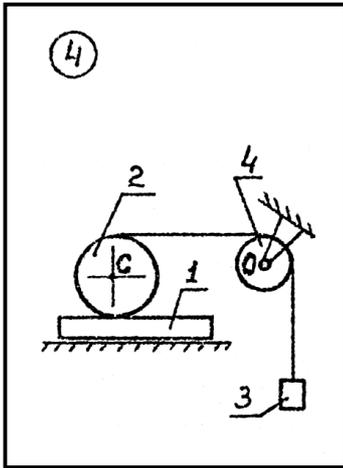
3. Груз 1 прикреплен к тросу, охватывающему ступицу барабана 2, который находится в зацеплении с шестерней 3. Шестерня 3 жестко связана с блоком, на который намотан трос. Другой конец троса прикреплен к оси катка 4. Каток 4 движется по горизонтальному рельсу с проскальзыванием.

Составить дифференциальные уравнения движения системы.

При расчетах принять:

- 1) массы звеньев $m_1 = 3$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 1$ кг, $m_4 = 5$ кг;
- 2) $r_2 = 0,12$ м, $R_2 = 0,18$ м, радиус инерции второго звена относительно оси вращения $\rho_2 = 0,12$ м;
- 3) блок 3 с шестерней и каток 4 - однородные диски, $R_4 = 0,25$ м;
- 4) коэффициент трения скольжения катка по рельсу $f = 0,1$;
- 5) в начальный момент скорость точки контакта катка с плоскостью равна нулю.

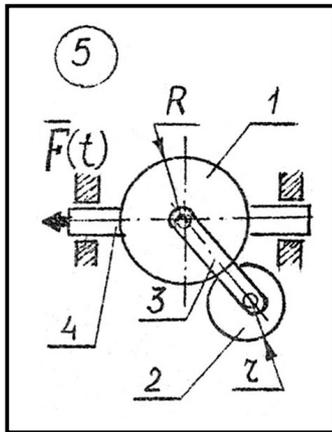
Моментом трения качения катка по рельсу, а также сопротивлением в осях пренебречь.



4. На однородный круглый цилиндр 2 массой m_2 , намотана нерастяжимая нить, которая переброшена через блок 4, и к ее концу прикреплен груз 3 массой m_3 . Цилиндр 2 катится без скольжения по плите 1 массой m_1 , а плита скользит по горизонтальной плоскости.

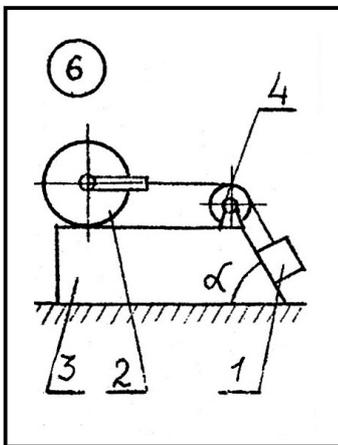
При решении задачи массами блока 4 и нити, трением на оси блока, трением между плитой 1 и плоскостью, а также трением качения пренебречь.

Составить дифференциальные уравнения движения системы.



5. К рейке 4, движущейся поступательно в горизонтальных направляющих, жестко прикреплена шестерня 1 радиусом R . Общая масса шестерни 1 и рейки равна m_1 . К центру шестерни 1 шарнирно прикреплено водило 3, которое несёт ось шестерни 2 массой m_2 . Шестерня 2 находится в зацеплении с шестерней 1. Механизм находится в вертикальной плоскости. К рейке приложена горизонтальная сила $F(t)$.

Составить дифференциальные уравнения движения системы. Шестерню 2 принять за однородный диск радиуса r . Трением на осях и в направляющих, а также массой водила пренебречь. При окончательных вычислениях полагать $m_1 = 4m_2$, $R = 2r$.

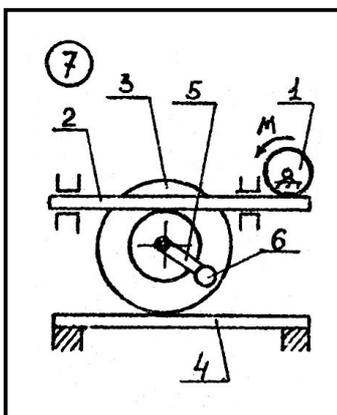


6. Призма 3 перемещается по шероховатой горизонтальной плоскости. Каток 2 катится без скольжения по верхней грани призмы 3. К оси катка прикреплен трос, который перекинут через невесомый блок 4 и другим концом прикреплен к грузу 1, скользящему по гладкой грани призмы. Грань образует с горизонтальной плоскостью угол α .

Составить дифференциальные уравнения движения данной механической системы.

В расчетах принять:

- 1) массы звеньев m_1, m_2, m_3 ;
- 2) угол $\alpha = \pi/3$ рад;
- 3) коэффициент трения скольжения призмы о плоскость f ;
- 4) сопротивлением в осях и массой троса пренебречь.

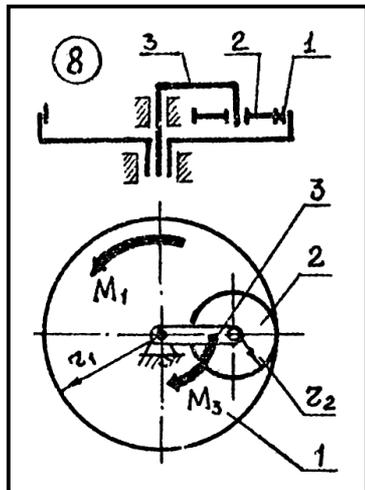


7. Маховик 1 массой m_1 , вращающийся вокруг горизонтальной оси под действием пары сил с моментом $M(t)$, приводит в движение горизонтальную рейку 2. Рейка 2 передает движение ступенчатому колесу 3 массой m_3 , которое катится без скольжения по неподвижной горизонтальной направляющей 4. Центр масс колеса находится в его геометрическом центре. Радиус инерции колеса относительно оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскостям ступеней, равен ρ . Радиусы наружной и внутренней ступеней колеса равны R и r соответственно. К центру колеса шарнирно прикреплён стержень 5 длиной l с грузом 6 массой m_6 на конце.

Составить дифференциальные уравнения движения системы.

Считать, что зацепления рейки 2 с маховиком 1 и колесом 3 являются зубчатыми. Маховик 1 принять за однородный диск радиусом r_1 , а груз 6 - за материальную точку. Массами рейки 2 и стержня 5, а также трением качения колеса, трением в направляющих рейки 2, на оси маховика и в шарнирном соединении стержня 5 пренебречь.

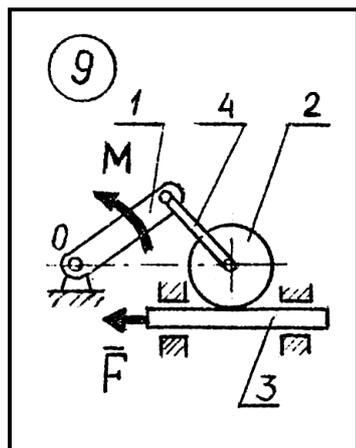
При окончательных вычислениях полагать $m_3 = 2m_1 = 4m_6$; $R_3 = 2r_3 = 4r_1$; $\rho = l = 3r_1$.



8. В дифференциальном механизме шестерня 1 массой m_1 и радиусом r_1 находится в зацеплении с подвижной шестерней 2 радиусом r_2 , ось которой закреплена на конце водила 3. Оси вращения шестерни 1, водила 3 и шестерни 2 вертикальны. К шестерне 1 и водилу 3 приложены пары сил с моментами M_1 и M_3 соответственно, а к шестерне 2 - пара сил трения, момент которой равен M_2 .

При решении задачи шестерни принять за однородные диски одинаковой толщины и плотности. Трением в подшипниках и массой водила пренебречь.

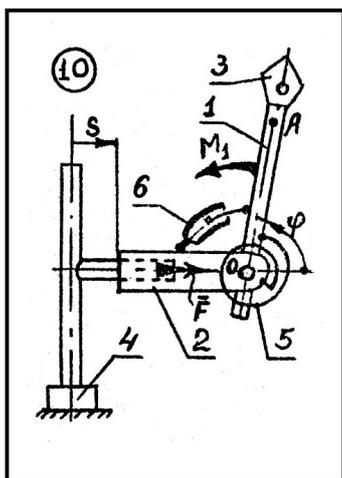
Составить дифференциальные уравнения движения механизма.



9. Кривошип 1 - однородный стержень массой m_1 , вращаясь вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка, приводит в движение шатун 4 и шарнирно связанную с ним шестерню 2 массой m_2 . Шестерня 2 находится в зацеплении с рейкой 3 массой m_3 , которая скользит в горизонтальных направляющих. К рейке приложена горизонтальная сила \bar{F} , а к кривошипу 1 - пара сил с моментом M . Шатун 4 имеет одинаковую с кривошипом длину l .

При решении задачи шестерню 2 принять за однородный диск радиусом r . Трением в шарнирах и направляющих, а также массой шатуна 4 пренебречь.

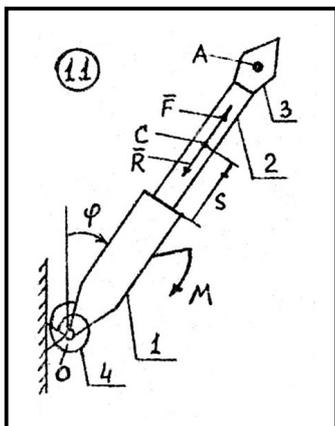
Составить дифференциальные уравнения движения системы.



10. Штанга 2 механического манипулятора, масса которой равна m_2 , движется в горизонтальных направляющих, установленных на неподвижной стойке 4. К штанге в точке O шарнирно прикреплен рычаг 1 со хватом 3. Масса рычага со хватом m_1 , его центром масс является точка A ($OA = l$). Момент инерции рычага со хватом относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка, равен I . К рычагу 1 и штанге 2 присоединены концы спиральной пружины 5 и демпфер 6. Коэффициент жесткости пружины s . Приводы манипулятора создают пару сил с постоянным моментом M , приложенную к рычагу 2, и постоянную силу \bar{F} , приложенную к штанге 2.

При решении задачи трением в направляющих и в шарнире O , а также массами пружины 5 и демпфера 6 пренебречь. Полагать, что при $\varphi = 0$ пружина не деформирована и что момент силы вязкого трения относительно оси O_z , приложенный к поршню демпфера, пропорционален угловой скорости рычага 1 ($M_C = -\mu \cdot \omega_1$, где $\mu = \text{const} > 0$).

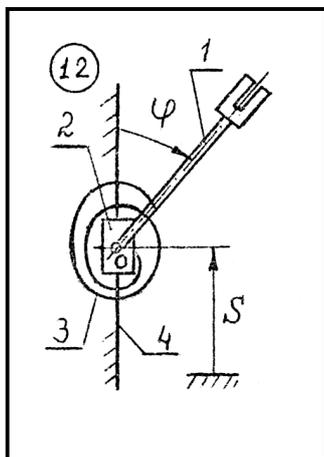
Составить дифференциальные уравнения движения системы.



11. В упрощенной модели промышленного робота к неподвижной опоре шарнирно крепится полый цилиндр 1 длиной l_1 , из которого может выдвигаться штанга 2 массой m_2 и длиной l_1 . На конце штанги находится хват 3, несущий деталь, которая имитируется материальной точкой А. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Момент инерции цилиндра 1 относительно оси шарнира равен J_1 . Штанга представляет собой однородный, стержень с центром масс в точке С.

К цилиндру 1 приложена пара сил с моментом M , а к штанге 2 - сила \bar{F} и сила вязкого трения $\bar{R} = -\mu \cdot \bar{v}_r$, где $\mu = \text{const} > 0$, \bar{v}_r - скорость штанги по отношению к цилиндру 1. Цилиндр 1 соединен с неподвижной опорой спиральной пружиной 4, коэффициент жёсткости которой равен c .

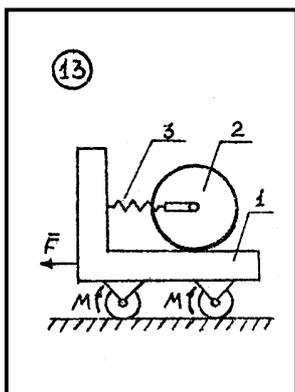
Принимая за обобщенные координаты системы параметры s и φ , указанные на рисунке, составить дифференциальные уравнения ее движения. В начальный момент времени пружина не деформирована. Схват вместе с деталью считать материальной точкой массы m . Трением в шарнире O пренебречь. При окончательных вычислениях полагать $m = 2m_2$, $l_2 = 2l_1$.



12. Исполнительный механизм робота расположен в вертикальной плоскости и состоит из штанги 1, ползуна 2 и спиральной пружины 3. Штанга 1 вращается вокруг оси, установленной в точке O ползуна 2 и перпендикулярной плоскости чертежа. Ползун 2 перемещается вдоль вертикальной направляющей 4. Концы спиральной пружины закреплены на штанге и ползуне. Развиваемый спиральной пружиной упругий момент $M_{\text{упр}} = c\varphi$.

Составить дифференциальные уравнения движения системы в обобщенных координатах s и φ , где s - перемещение ползуна 2, а φ - отклонение штанги от вертикального положения.

Штангу 1 считать однородным стержнем массой m_1 и длиной l . Масса ползуна m_2 . Трением в направляющей и в оси O пренебречь.

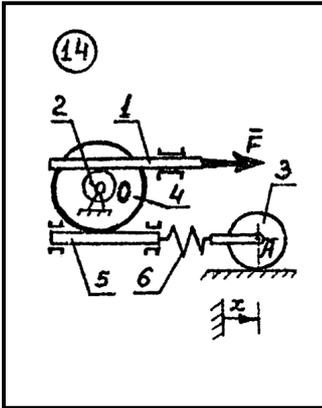


13. Четырехколесная тележка 1 движется поступательно прямолинейно по шероховатой горизонтальной плоскости. Масса кузова тележки m_1 , масса каждого колеса m . На шероховатой горизонтальной платформе тележки находится сплошной однородный цилиндрический каток 2 массой m_2 и радиусом R . Центр катка 2 соединён с кузовом тележки горизонтальной пружиной 3, коэффициент жёсткости которой равен c . Колеса тележки, а также каток 2 могут катиться по своим опорным плоскостям без скольжения. К кузову тележки приложена горизонтальная сила \bar{F} , а к каждому ее колесу - пара сил, момент которой равен M .

Составить дифференциальные уравнения движения системы. В начальный момент времени пружина не деформирована.

Колеса тележки считать однородными дисками с радиусом r . Трением качения, а также трением на осях колес тележки пренебречь.

При окончательных вычислениях полагать $m_1 = 10m$, $m_2 = 6m$.

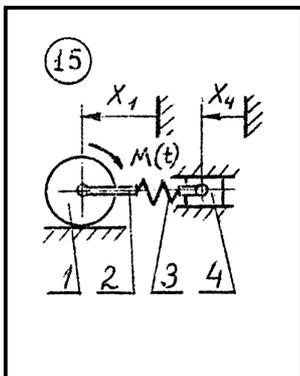


14. Зубчатая рейка 1 массой m_1 скользит под действием силы \bar{F} в горизонтальных направляющих и приводит во вращение вокруг неподвижной оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка, шестерню 2 радиусом r . С шестерней 2 жёстко соединена шестерня 4 радиусом R . Масса блока шестерён m_2 , а его радиус инерции ρ .

Шестерня 4 приводит в движение зубчатую рейку 5. К этой рейке прикреплен левый конец пружины 6. Правый конец пружины прикреплен к оси однородного круглого цилиндра 3 массой m_3 , который катается без скольжения по горизонтальной плоскости. Коэффициент жёсткости пружина 6 равен c .

При решении задачи массой рейки 5 и пружины 6, трением на осях блока шестерён и катка, а также трением качения пренебречь. Начало отсчета координаты x совместить с тем положением центра катка (точки A), при котором пружина не деформирована.

Составить дифференциальные уравнения движения системы.



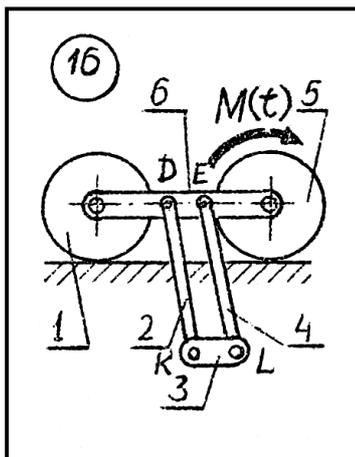
15. Однородный каток 1 массой m_1 и радиусом r , движется по горизонтальному рельсу без проскальзывания под действием пары сил с моментом $M(t)$. Ось катка через тягу 2 и пружину 3 связана со штоком 4. Коэффициент жёсткости пружины c .

Составить дифференциальные уравнения движения системы, приняв за обобщенные координаты x_1 и x_4 , и считая, что при $x_1 = 0$, $x_4 = 0$ пружина не деформирована. При расчетах принять:

1) m_1 , m_2 , m_4 - массы звеньев 1, 2, 4;

2) $F_{\text{упр}} = c\Delta l_{\text{нр}}$, где $\Delta l_{\text{нр}}$ - полная деформация пружины;

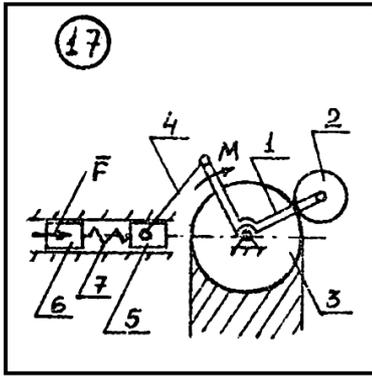
Массой пружины, трением качения колеса о рельс, а также силами сопротивления на оси катка и в направляющих штока пренебречь.



16. Два однородных круглых цилиндра 1 и 5 катаются без скольжения по горизонтальной плоскости. Масса каждого цилиндра m_1 , а радиус R . К цилиндру 5 приложена пара сил с моментом $M(t)$. К раме 6, соединяющей оси цилиндров, шарнирно прикреплены однородные стержни 2 и 4 массы m_2 и длины l каждый. Концы этих стержней соединены спарником 3 массы m_3 , причем $KL = DE$.

При решении задачи массой рамы 6, а также трением в шарнирах и моментами трения качения пренебречь.

Составить дифференциальные уравнения движения системы.

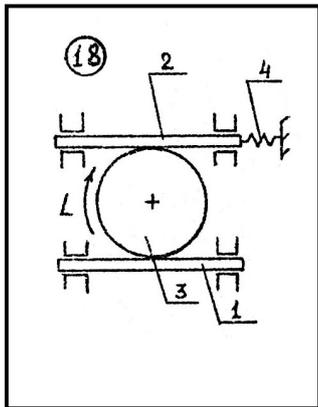


17. Коленчатый прямоугольный рычаг 1 массой m_1 , вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси в вертикальной плоскости. Правый конец рычага шарнирно связан с шестерней 2 массой m_2 и радиусом r , находящейся в зацеплении с неподвижной шестерней 3. Левый конец рычага с помощью стержня 4 соединен с ползуном 5. Ползун 5 массой m_5 связан с ползуном 6 массой m_6 посредством пружины 7, коэффициент жесткости которой равен c . Рычаг 1 состоит из двух одинаковых однородных стержней длиной l . Длина стержня 4 также равна l . К рычагу 1 приложена пара сил с моментом M , а к ползуну 6 - горизонтальная сила \bar{F} . Ползуны 5 и 6 перемещаются в горизонтальных направляющих.

Составить дифференциальные уравнения движения системы.

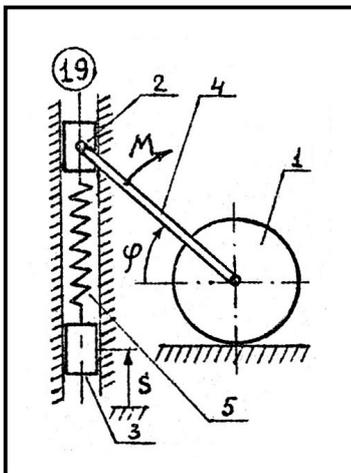
В начальный момент времени пружина 7 не деформирована. Шестерню 2 рассматривать как однородный диск. Массой стержня 4, а также трением пренебречь.

При окончательных вычислениях полагать $m_2 = 2m_1$.



18. Рейки 1 и 2 с одинаковой массой m движутся в параллельных горизонтальных направляющих. Рейки находятся в зубчатом зацеплении с однородным диском 3 массой M и радиусом R . Рейка соединена пружиной 4 с неподвижной опорой. Ось пружины параллельна рейкам, коэффициент жесткости пружины c . К диску приложена пара сил с моментом L .

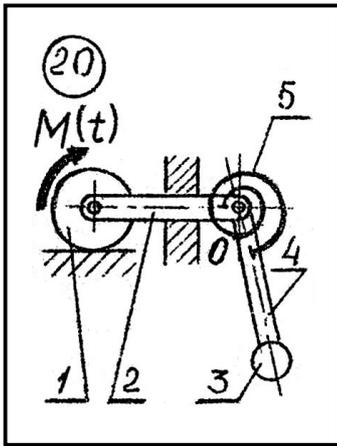
Составить дифференциальные уравнения движения системы. В начальный момент времени пружина не деформирована. При окончательных вычислениях полагать $M = \frac{8}{3}m$.



19. Однородный диск 1 массой m_1 и радиусом R катается без скольжения по горизонтальной плоскости. К центру диска шарнирно прикреплен одним своим концом стержень 4 длиной l . К стержню приложена пара сил с моментом $M(t)$. Другой конец стержня шарнирно прикреплен к ползуну 2 массой m_2 , движущемуся в вертикальных направляющих. К ползуну 2 с помощью пружины 5, коэффициент жесткости которой равен c , подвешен груз 3 массой m_3 .

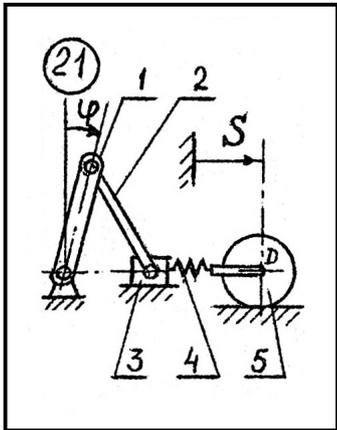
Принимая за обобщенные координаты системы параметры S и φ , указанные на рисунке, составить дифференциальные уравнения ее движения. Угол φ отсчитывается от горизонтали, а координата S груза 3 - от положения, занимаемого им при $\varphi = 0$. При $\varphi = 0$ и $S = 0$ пружина не деформирована.

Трением в шарнирах и направляющих, моментом трения качения, а также массой стержня 4 пренебречь. При окончательных вычислениях полагать $m_2 = m_3 = 0,5m_1$.



20. Однородный круглый цилиндр 1 массой m_1 и радиусом R катится без скольжения по горизонтальной плоскости. К нему приложена пара сил с моментом $M(t)$. К оси цилиндра шарнирно прикреплен горизонтальный шток 2 массой m_2 , движущийся в горизонтальных направляющих. К штоку в точке O шарнирно прикреплен стержень 4 длины l с грузом 3 массой m_3 на конце. Концы спиральной пружины 5, коэффициент жесткости которой равен c , прикреплены к штоку 2 и к стержню 4. При нижнем вертикальном положении стержня 4 пружина не деформирована.

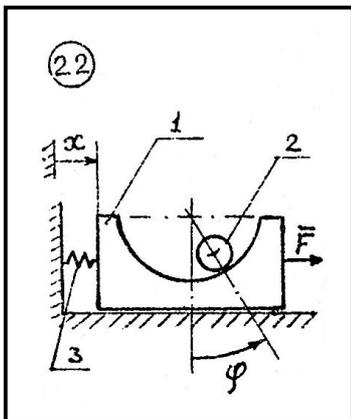
Составить дифференциальные уравнения движения системы. Массой стержня 4, а также трением в шарнирах, направляющих и моментом трения качения пренебречь.



21. Кривошип 1 - однородный стержень массой m_1 и длиной l , вращаясь вокруг оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка, приводит в движение шатун 2 и ползун 3 массой m_3 . Ползун движется в горизонтальных направляющих. Шатун 2 имеет длину, одинаковую с длиной кривошипа 1. К ползуну 3 прикреплен один конец пружины 4, а другой ее конец прикреплен в точке D к оси однородного круглого цилиндра 5 массой m_5 . Цилиндр катается без скольжения по горизонтальной плоскости. Коэффициент жесткости пружины 4 равен c . При решении задачи трением в шарнирах и направляющих и моментом трения качения, а также массами шатуна 2 и пружины 4 пренебречь.

В качестве обобщенных координат выбрать φ - угол поворота кривошипа и S - перемещение оси цилиндра от положения, при котором $\varphi = 0$ и пружина не деформирована.

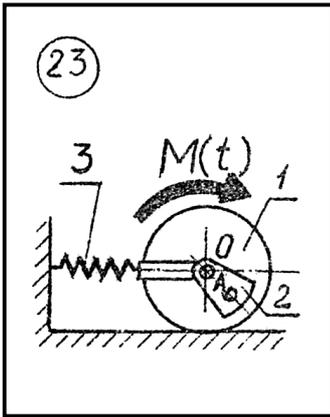
Составить дифференциальные уравнения движения системы.



22. В брус 1 массой m_1 сделана цилиндрическая выточка радиусом R , в которой катается без скольжения однородный круглый цилиндр 2 массой m_2 и радиусом r . Оси выточки и цилиндра параллельны. Брус движется по горизонтальной плоскости. К нему приложена горизонтальная сила $\bar{F}(t)$, направленная перпендикулярно оси выточки. Линия действия этой силы и центры масс бруса и цилиндра находятся в одной вертикальной плоскости. К брусу прикреплен конец горизонтальной пружины 3, коэффициент жесткости которой равен c . Другой конец пружины прикреплен к стене.

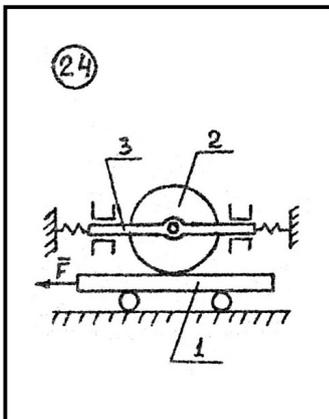
Принимая за обобщенные координаты системы параметры x и φ , указанные на рисунке, составить дифференциальные уравнения ее движения.

При $x = 0$ пружина не деформирована. Трением между бруском и его опорной плоскостью, а также трением качения пренебречь.



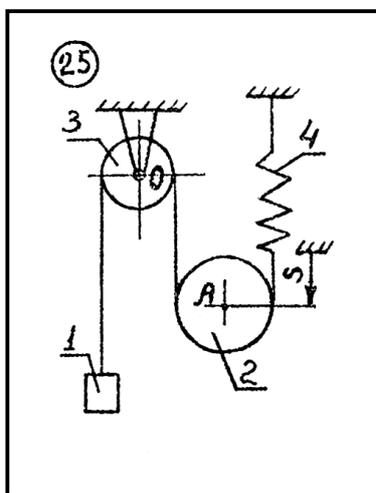
23. Однородный круглый цилиндр 1 массой m_1 и радиусом R катается без скольжения по горизонтальной плоскости. К нему приложена пара сил с моментом $M(t)$. К оси цилиндра шарнирно прикреплен физический маятник 2 массой m_2 . Момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка, равен J_2 , расстояние от оси подвеса до центра масс маятника (точки A) равно h ($OA = h$). Кроме маятника, к оси цилиндра прикреплен конец пружины 3, коэффициент жёсткости которой равен c . Другой конец пружины прикреплен к неподвижной опоре. При решении задачи массой пружины, а также трением на оси цилиндра и моментом трения качения пренебречь.

Составить дифференциальные уравнения движения системы.



24. Платформа 1 массой m_1 , перемещается на катках по горизонтальной плоскости. Она находится в зацеплении с однородным диском 2 массой m_2 и радиусом R так, что проскальзывание между ними отсутствует. Диск 2 свободно насажен в своем центре на палец, находящийся на рейке 3, которая может перемещаться в гладких горизонтальных направляющих. Концы рейки 3 связаны с неподвижными опорами двумя одинаковыми горизонтальными пружинами, коэффициенты жесткости которых равны c . К платформе приложена горизонтальная сила \bar{F} . Скольжение между платформой и катками, а также между катками и их опорной плоскостью отсутствует.

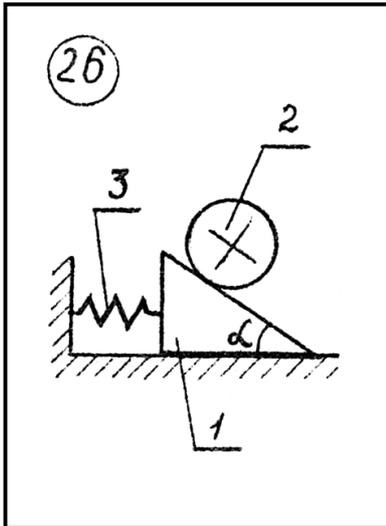
Составить дифференциальные уравнения движения системы. В начальный момент времени $x_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$ и пружина не деформирована. Массой катков, трением качения, а также трением на оси диска пренебречь.



25. Через блок 3 радиусом R , вращающийся вокруг неподвижной оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка, переброшена нерастяжимая нить, к левому концу которой прикреплен груз 1 массой m_1 , а правый конец нити присоединен к пружине 4. Коэффициент жесткости пружины c . Нить поддерживает подвижный блок 2 массой m_2 . При решении задачи подвижный блок 2 принять за однородный диск. Полагать, что при движении системы ветви нити остаются вертикальными и что нить по блокам не скользит.

Массами нити, пружины и блока 3, а также трением на оси блока 3 пренебречь. Начало отсчета координаты S совместить с тем положением центра блока 2 (точки A), при котором пружина не деформирована

Составить дифференциальные уравнения движения системы.

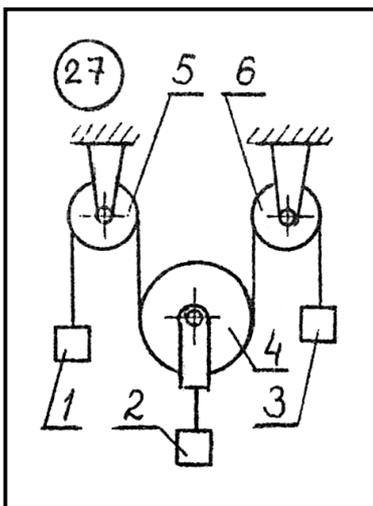


26. По горизонтальной плоскости движется призма массой m_1 . К призме прикреплён один конец горизонтальной пружины 3, коэффициент жесткости которой равен c . Вторым концом этой пружины прикреплен к стене. По наклонной грани призмы, образующей угол α с горизонтом, катится без скольжения однородный круглый цилиндр 2 массой m_2 .

В начальный момент времени пружина была не деформирована. Составить дифференциальные уравнения движения системы. Моментом трения качения и трением между призмой 1 и опорной плоскостью пренебречь.

При окончательных вычислениях полагать:

$$m_1 = 2m_2, \quad \alpha = 60^\circ$$



27. Через блоки 5 и 6 перекинут трос, поддерживающий подвижный блок 4, к оси которого подвешен груз 2. К концам троса прикреплены грузы 1 и 3.

Составить дифференциальные уравнения движения данной механической системы.

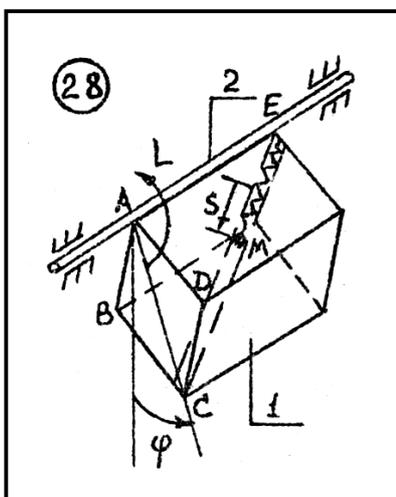
При расчетах принять;

1) массы звеньев 1, 2, 3, 4 - m_1, m_2, m_3, m_4 соответственно;

2) массы каждого из блоков 5 и 6 равны m ;

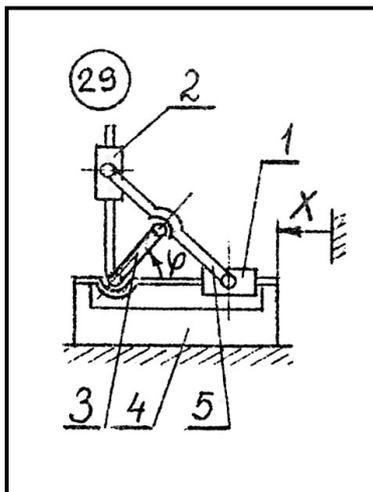
3) блоки 4, 5, 6 - однородные диски. Трением на осях блоков, растяжением и массой троса пренебречь.

Трос по блокам не скользит



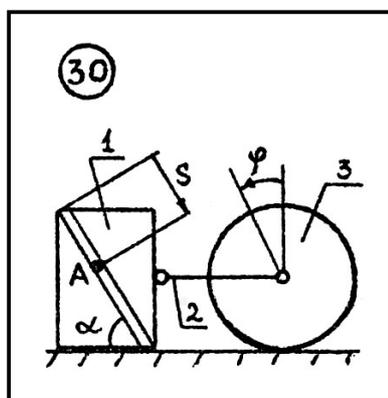
28. Однородный прямоугольный параллелепипед массой m_1 , жестко прикреплен к горизонтальному валу 2 ребром $AE = a\sqrt{6}$, как показано на рисунке. Его основание $ABCD$ является квадратом со стороной a . Момент инерции параллелепипеда относительно оси вала J . Вдоль его диагонали CE сделан паз, в котором находится шарик M массой m , прикрепленный к вершине C с помощью пружины. Коэффициент жесткости пружины c , длина недеформированной пружины l . В плоскости основания $ABCD$ к параллелепипеду приложена пара сил с моментом L . Составить дифференциальные уравнения движения системы, принимая за обобщенные координаты параметры S и φ , указанные на рисунке. Координата S отсчитывается от положения нижнего конца пружины при ее недеформированном

состоянии, угол φ отсчитывается от вертикали. Шарик рассматривать как материальную точку. Смещение центра тяжести параллелепипеда вследствие наличия паза не учитывать. Диаметр вала пренебречь. Опоры вала и паз считать гладкими.



29. Механизм эллипсографа, находящийся в вертикальной плоскости, установлен на подставке 4, которая перемещается по гладкой горизонтальной плоскости. Массы ползунов 1 и 2 равны m , масса подставки 4 - m_4 ; кривошип 3 - однородный стержень длиной l и массой m_3 ; длина линейки 5 равна $2l$.

Составить дифференциальные уравнения движения механической системы, приняв за обобщенные координаты x и φ . Трение скольжения в направляющих ползунов и сопротивление в осях отсутствует. Массой линейки 5 пренебречь.

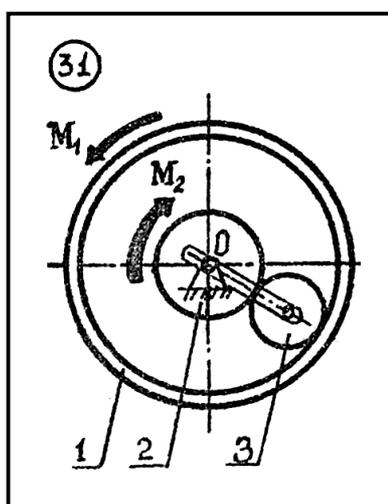


30. Материальная точка А массой m опускается вниз по прямолинейному пазу тела 1. Паз расположен в вертикальной плоскости и наклонен к горизонту под углом $\alpha = 60^\circ$. Тело 1 с массой M опирается на шероховатую горизонтальную плоскость, коэффициент трения скольжения равен f . С телом 1 с помощью горизонтального стержня 2 связан сплошной однородный цилиндр 3 массой m_3 и радиусом R , который может кататься по опорной плоскости без скольжения. Принимая за обобщенные координаты системы параметры S и φ , указанные на рисунке, составить дифференциальные уравнения ее движения.

Массой стержня 2 пренебречь.

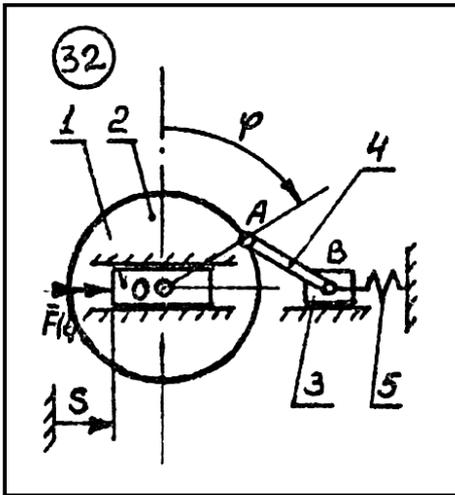
Трением между точкой А и поверхностью паза, а также трением качения и трением в шарнирных соединениях пренебречь.

При окончательных вычислениях полагать $M = 4m$, $m_3 = 2m$, $f = 0,2$.



31. В дифференциальном механизме шестерня 1 массой m_1 и шестерня 2 массой m_2 свободно насажены на общую неподвижную горизонтальную ось, проходящую через точку О. Радиусы шестерён 1 и 2 равны r_1 и r_2 соответственно. Между шестернями 1 и 2 расположена шестерня 3 массой m_3 , находящаяся с ними в зацеплении. К шестерне 1 приложена пара сил с моментом M_1 , а к шестерне 2 - пара сил с моментом M_2 . Составить дифференциальные уравнения движения системы, принимая шестерни 2 и 3 за однородные диски, а шестерню 1 - за однородное тонкое кольцо. Трением на оси шестерён 1 и 2 пренебречь.

При окончательных вычислениях полагать $r_1 = 2r_2 = 4r_3$, $m_2 = m_3 = 4m_1$



32. К ползуну 1 массой m_1 , который движется в горизонтальных направляющих, шарнирно прикреплён однородный диск 2 массой m_2 и радиусом r . Диск 2 через шатуна 4 приводит в движение ползун 3 массой m_3 . Длина шатуна 4 равна радиусу диска 2. К ползуну 3 прикреплен левый конец горизонтальной пружины 5. Правый конец этой пружины закреплён неподвижно. Коэффициент жёсткости пружины c . К ползуну 1 приложена горизонтальная сила $\bar{F}(t)$. В качестве обобщённых координат выбрать: φ - угол поворота диска 2 и S - перемещение ползуна I. Полагать, что при $\varphi = 0$ и $S = 0$ пружина 5 не деформирована.

Составить дифференциальные уравнения движения системы.