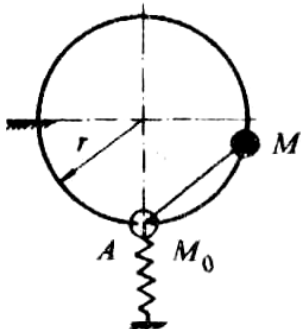


ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ
ВАРИАНТЫ КУРСОВОЙ РАБОТЫ
 Авторы Саратов Ю.С., Баранов В.Н., Нарская Н.Л.

Во всех задачах материальные тела считаются материальными точками. Индекс "0" соответствует исходному положению тела (M_0), текущее положение — M .

Вариант 1.

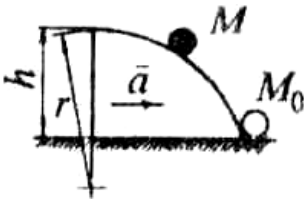


Кольцо массой $m = 5,0 \text{ кг}$ может скользить по гладкой круговой направляющей радиусом $r = 0,5 \text{ м}$, расположенной в вертикальной плоскости. Кольцо нитью AM связано с пружиной, жёсткость которой $c = 402,0 \text{ Н/м}$. Пружина не деформирована, когда кольцо находится в положении M_0 .

Определить, при каком значении начальной скорости v_0 кольцо при движении из положения M_0 достигнет крайнего верхнего положения и максимальное значение силы давления кольца на направляющую.

О т в е т: 10,0 м/с; 1049 Н.

Вариант 2.

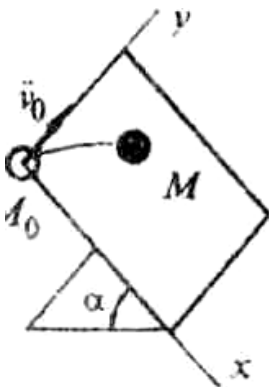


Толкатель с гладкой круговой направляющей радиусом $r = 0,5 \text{ м}$ и высотой $h = r/2$ начинает двигаться по горизонтальной плоскости с постоянным ускорением a и приводит в движение тело, находившееся на плоскости в покое.

Определить, с каким значением относительной скорости тело покинет направляющую, если $a = g\sqrt{3}$ (Учсть, что поверхность толкателя является неудерживающей связью.)

Ответ: 2,56 м/с.

Вариант 3.

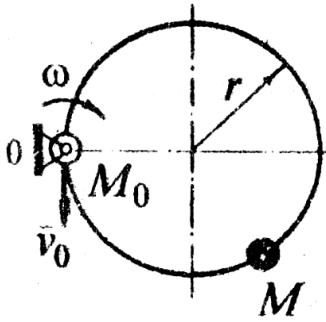


Тело массой $m = 1,0 \text{ кг}$ движется по плоскости, наклонённой под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. На тело действует сила сопротивления $\vec{R} = -\mu\vec{v}$, где \vec{v} - скорость тела, $\mu = 0,2 \text{ Н}\cdot\text{с/м}$. Движение началось с начальной скоростью $v_0 = 1,0 \text{ м/с}$, направленной перпендикулярно линии наибольшего ската Ox .

Полагая наклонную плоскость достаточно протяжённой, найти значение предельной ($t \rightarrow \infty$) скорости и наибольшее удаление тела от оси x .

О т в е т: 24,5 м/с; 5,0 м.

Вариант 4.

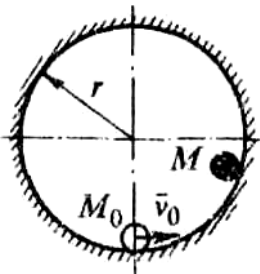


Тело массой $m = 2,0$ кг движется по круговой направляющей радиусом $r = 1,0$ м, вращающейся в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью $\omega = 2,5$ рад/с вокруг оси, проходящей через точку O . Сила сопротивления, действующая со стороны направляющей на тело, $\vec{R} = -\mu|\vec{v}|\cdot\vec{v}$ ($R = \mu \cdot v^2$), где $\mu = 0,3$ Н·с²/м², \vec{v} - скорость тела.

Определить, при каком минимальном значении относительной скорости v_0 тело, начавшее движение из положения O , совершит полный оборот и придет в исходное положение?

Ответ: 8,0 м/с.

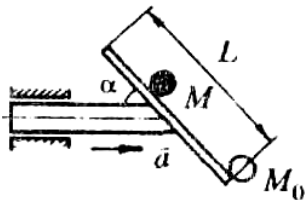
Вариант 5.



Тело может двигаться в вертикальной плоскости по гладкой внутренней поверхности цилиндра радиусом $r = 5,0$ м. При каком значении начальной скорости v_0 тело, движущееся из крайнего нижнего положения, достигнет крайнего верхнего положения? (Учесть, что поверхность цилиндра является неудерживающей связью.)

О т в е т: 15,7 м/с.

Вариант 6.



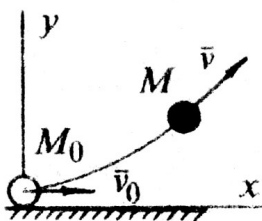
Толкатель начинает двигаться с постоянным ускорением $a = 1,0$ м/с² в прямолинейных направляющих и гладкой прямой лопаткой длиной $L = 1,0$ м, наклоненной под углом $\alpha = 60^\circ$ к оси толкателя, приводит в движение по горизонтальной плоскости тело массой $m = 1,0$ кг. Сила сопротивления, действующая на тело со стороны плоскости,

$\vec{R} = -\mu \cdot \vec{v}_r$, где \vec{v}_r - скорость тела относительно плоскости, $\mu = 0,5$ Н·с/м.

Какое расстояние пройдет тело до остановки после схода с лопатки толкателя?

О т в е т: 3,46 м/с.

Вариант 7.

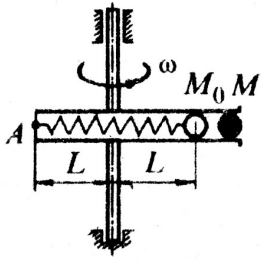


Планер массой $m = 400,0$ кг стартует с поверхности земли, имея начальную скорость $v_0 = 40,0$ м/с, направленную по горизонтали. Аэродинамические силы, действующие на планер, приводятся к равнодействующей, проекции которой $R_x = -\mu v_x$, $R_y = kv - \mu v_y$. Здесь v_x , v_y - проекции скорости планера, $\mu = 40,0$ Н·с/м, $k = 280,0$ Н·с/м - аэродинамические коэффициенты.

Определить максимальное значение вертикальной составляющей v_y^{\max} скорости планера и соответствующее этому моменту время.

О т в е т: 48,2 м, $t = 6$ с.

Вариант 8.

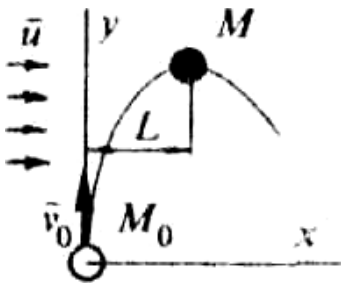


Тело массой $m = 1,0 \text{ кг}$ движется внутри гладкой трубки, вращающейся с постоянной угловой скоростью $\omega = 10,0 \text{ рад/с}$ вокруг вертикальной оси. Тело связано с концом пружины AM . Жесткость пружины $c = 500,0 \text{ Н/м}$, её длина в недеформированном состоянии равна $2L = 20,0 \text{ см}$. Движение началось без начальной относительной скорости из положения, соответствующего недеформированной пружине.

Определить наибольшее отклонение тела от оси вращения и максимальную величину силы давления на боковую стенку.

О т в е т: $15,0 \text{ см}; 10,0 \text{ Н}$.

Вариант 9.

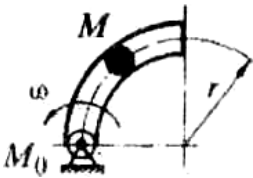


Тело массой $m = 1,0 \text{ кг}$ брошено вертикально с поверхности земли со скоростью $v_0 = 20,0 \text{ м/с}$ и движется в условиях ветра, дующего с постоянной по высоте скоростью $u = 8,0 \text{ м/с}$. Сила сопротивления, действующая на тело, $\vec{R} = -\mu \cdot \vec{v}_r$, \vec{v}_r - скорость тела относительно среды, $\mu = 0,2 \text{ Н}\cdot\text{с/м}$.

Определить значение горизонтального сноса L тела в момент достижения им наибольшей высоты.

О т в е т: $2,1 \text{ м}$.

Вариант 10.

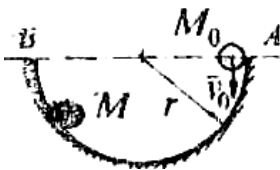


Тело массой $m = 1,0 \text{ кг}$ движется в трубке, изогнутой по дуге окружности радиусом $r = 0,2 \text{ м}$ с углом охвата 90° . Трубка вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 5,0 \text{ рад/с}$. Со стороны среды, заполняющей

трубку, на тело действует сила сопротивления $\vec{R} = -\mu|\vec{v}|\cdot\vec{v}$, ($R = \mu \cdot v^2$), где $\mu = 1,5 \text{ Н}\cdot\text{с}^2/\text{м}^2$, \vec{v} - относительная скорость тела. Определить значение относительной скорости тела в момент его вылета из трубки, полагая, что его движение началось из состояния покоя в положении M_0 , близком к оси вращения трубки.

О т в е т: $1,18 \text{ м/с}$.

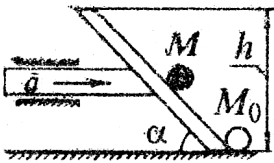
Вариант 11.



Тело движется в вертикальной плоскости по внутренней поверхности цилиндра радиусом $r = 5,0 \text{ м}$. Коэффициент трения скольжения между телом и поверхностью $f = 0,2$. Определить, при каком значении начальной скорости v_0 тело, начавшее движение из положения A , достигнет кромки цилиндра.

О т в е т: $15,1 \text{ м/с}$.

Вариант 12.



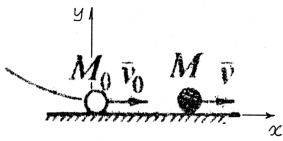
Рабочая поверхность толкателя представляет собой плоскость, наклоненную под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Верхняя кромка находится на высоте $h = 1,0$ м. Толкатель движется с ускорением $a = 2g$ и приводит в движение тело, находящееся на горизонтальной плоскости в покое.

Коэффициент трения тела о поверхность толкатели $f = 0,2$.

Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, на какую высоту над уровнем верхней кромки толкателя поднимется тело.

Ответ: 0,2 м.

Вариант 13.



При посадке самолета массы $m = 1000$ кг на этапе его пробега по посадочной полосе к аэродинамическим силам добавляется тормозная сила $F = fN$, где N — модуль силы нормальной реакции полосы, $f=0,05$. Проекции равнодействующей

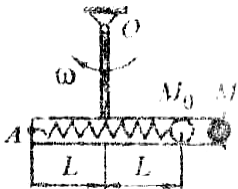
аэродинамических сил равны $R_x = -\mu v^2$, $R_y = kv^2$, v — скорость самолета, μ и k — постоянные аэродинамические коэффициенты, удовлетворяющие условиям:

- 1) в момент приземления с посадочной скоростью $v_0 = 180$ км/ч ($kv_0^2 = mg$),
- 2) в горизонтальном полете тяге мотора $Q = 20,0$ кН соответствует постоянная предельная скорость $v_{пр} = 360$ км/ч.

Найти путь, пройденный самолетом при посадке.

Ответ: 644 м.

Вариант 14.

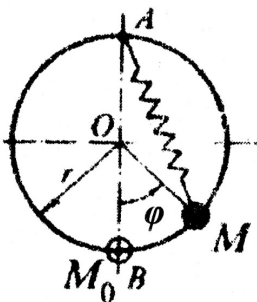


Тело массой $m = 1,0$ кг движется внутри гладкой трубки, вращающейся с постоянной угловой скоростью $\omega = 10,0$ рад/с вокруг вертикальной оси O , отстоящей от трубки на некотором расстоянии. Тело связано с концом пружины AM . Жесткость пружины $c = 500$ Н/м, её длина в недеформированном состоянии $L = 20,0$ см.

Полагая, что движение тела началось из состояния относительного покоя при недеформированной пружине, определить его максимальное отклонение от начального положения M_0 .

Ответ: 5,0 см.

Вариант 15.

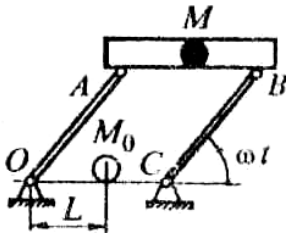


Кольцо массой $m = 1,0$ кг может двигаться по гладкой круговой направляющей, расположенной в вертикальной плоскости. Кольцо связано с пружиной AM . Жесткость пружины $c = 196,0$ Н/м, её свободная длина равна r , где $r = 20,0$ см — радиус направляющей.

Найти: положение равновесия кольца (кроме положения при $\varphi = 0$) и скорость кольца в этом положении, если его движение началось без начальной скорости из положения, близкого к B .

Ответ: 1,682 рад; 1,62 м/с.

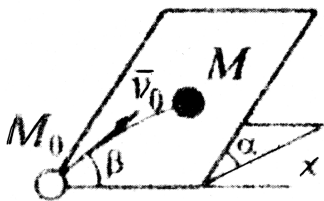
Вариант 16.



Тело приводится в движение по горизонтальной плоскости гладкими направляющими спарника параллелограммного механизма, кривошипы OA и CB которого одинаковой длины $L = 1,0$ м вращаются с постоянной угловой скоростью ω . Сила сопротивления со стороны плоскости $\vec{R} = -\mu \cdot \vec{v}$, где $\mu = const > 0$, \vec{v} - скорость тела относительно плоскости. В начальный момент времени кривошипы располагались по линии OC , тело находилось в покое в положении M_0 ($OM_0 = L$).

Определить, каким станет расстояние OM после поворота кривошипов на угол 180° ,
О т в е т: 1,0 м.

Вариант 17.

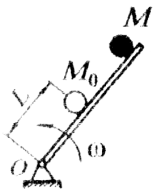


Тело массой $m = 1,0$ кг движется по плоскости, наклонённой под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. На тело действует сила сопротивления $\vec{R} = -\mu \vec{v}$, где \vec{v} - скорость тела, $\mu = 0,5$ Н·с/м.

Найти координаты тела, соответствующие положению максимального подъема, если движение началось со скоростью, равной $v_0 = 10,0$ м/с и направленной под углом $\beta = 60^\circ$ к оси x .

Ответ: 4,69 м; 4,89 м.

Вариант 18.

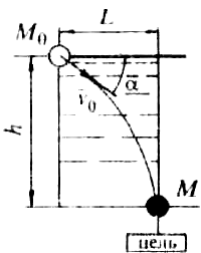


Тело приводится в движение по гладкой горизонтальной плоскости прямой лопаткой, вращающейся с постоянной угловой скоростью $\omega = 1,0$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через точку O . Коэффициент трения скольжения тела о поверхность лопатки $f = 0,2$.

Определить путь, пройденный телом вдоль лопатки за 1 с, если в начальный момент времени оно находилось в покое на расстоянии $L = 1,0$ м от оси вращения.

О т в е т: 0,476 м.

Вариант 19.

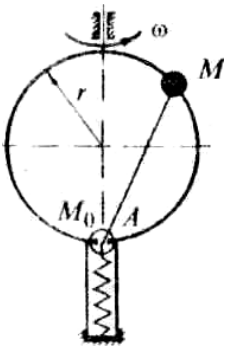


Глубинная бомба массой $m = 400,0$ кг входит в воду под углом $\alpha = 60^\circ$ к поверхности со скоростью $v_0 = 100,0$ м/с и упреждением по дальности положения цели $L = 80,0$ м. Сила сопротивления воды сопротивления $\vec{R} = -\mu \vec{v}$, где \vec{v} - скорость бомбы, $\mu = 200$ Н·с/м.

Определить, на какую глубину H должен быть установлен гидростатический взрыватель для того, чтобы взрыв бомбы произошел в точке, находящейся на одной вертикали с целью.

О т в е т: 170 м.

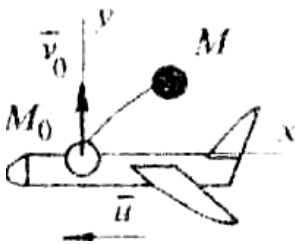
Вариант 20.



Кольцо может скользить по гладкой круговой направляющей радиуса $r = 20,0$ см, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Кольцо нитью AM соединено с пружиной, жесткость которой $c = 196,0$ Н/м. В крайнем нижнем положении кольца пружина не деформирована. Определить, при каком значении угловой скорости ω кольцо, начавшее движение без начальной скорости вблизи крайнего нижнего положения, достигнет высоты, равной $1,5r$.

О т в е т: $31,3$ рад/с.

Вариант 21.

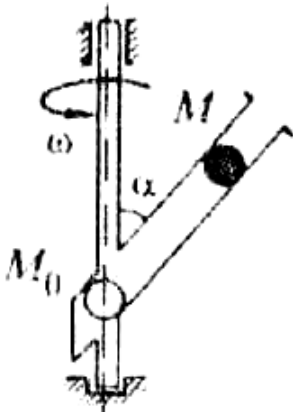


При катапультировании кресло с пилотом общей массой $m = 250,0$ кг отделяется от самолета с начальной скоростью $v_0 = 10,0$ м/с. Сила сопротивления, действующая на кресло со стороны воздуха, $\vec{R} = -\mu\vec{v}_a$, где \vec{v}_a - скорость кресла относительно воздуха, $\mu = 125$ Н·с/м - аэродинамический коэффициент. Скорость самолета в горизонтальном полёте $u = 720$ км/ч.

Считая связанную с самолетом систему координат инерциальной, найти координаты кресла в момент достижения им максимальной высоты.

О т в е т: $3,0$ м; $3,8$ м.

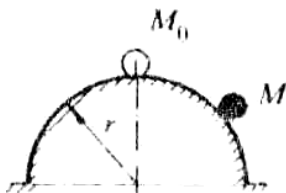
Вариант 22.



Тело может двигаться внутри гладкой трубки, вращающейся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 10,0$ рад/с. Угол между трубкой и осью вращения $\alpha = 30^\circ$. Определить, при каком значении начальной относительной скорости v_0 тело, начавшее движение от оси вращения, сможет покинуть трубку некоторой конечной длины.

Ответ: $1,7$ м/с.

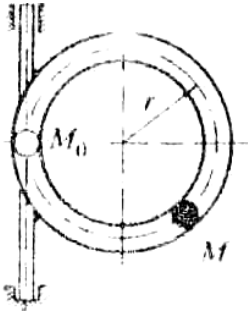
Вариант 23.



Тело начинает движение по поверхности гладкого сферического купола радиусом $r = 6,0$ м без начальной скорости из положения M_0 , близкого к крайней верхней точке. Определить, на каком расстоянии от поверхности купола тело упадет на горизонтальную плоскость.

Ответ: $0,75$ м.

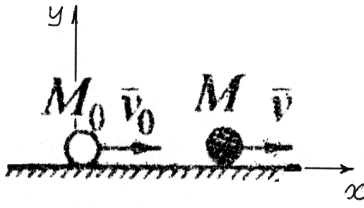
Вариант 24.



Тело может свободно двигаться в гладкой кольцевой трубке радиусом $r = 0,4 \text{ м}$, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω относительно вертикальной оси. В начальный момент времени тело находилось в состоянии относительного покоя на оси вращения. Определить наименьшую угловую скорость вращения, необходимую для перемещения тела в крайнее верхнее положение.

О т в е т: $7,0 \text{ рад/с}$.

Вариант 25.



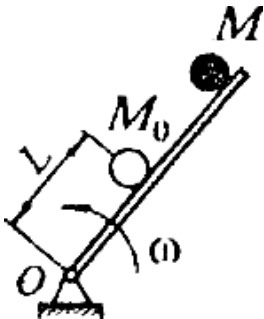
При взлете самолет массой $m = 1000 \text{ кг}$ разгоняется по взлетной полосе при постоянной тяге мотора $Q = 5,0 \text{ кН}$. Проекция аэродинамической силы $R_x = -\mu \cdot v_x^2$, $R_y = k \cdot v_x^2$. Здесь μ и k - аэродинамические коэффициенты, определяемые из следующих условий:

- 1) $k \cdot v_1^2 = mg$, где v_1 - минимальная скорость, необходимая для отделения от полосы;
- 2) в горизонтальном полете тяге $Q = 5,0 \text{ кН}$ соответствует предельная скорость $v_{np} = 360 \text{ км/ч}$.

Пренебрегая силой сопротивления, действующей со стороны полосы, найти длину пробега самолета при взлете.

О т в е т: 288 м .

Вариант 26.

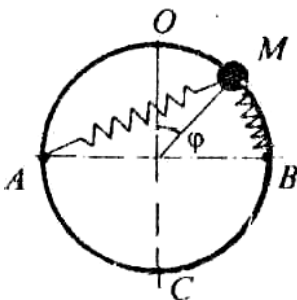


Тело массой $m = 1,0 \text{ кг}$ приводится в движение по горизонтальной плоскости прямой гладкой лопаткой, вращающейся с постоянной угловой скоростью $\omega = 0,4 \text{ рад/с}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через точку O . Сила сопротивления, действующая на тело со стороны плоскости $R = -\mu \cdot v^2$, где v - скорость движения тела по плоскости, $\mu = 0,6 \text{ Н}\cdot\text{с/м}$.

Определить путь, пройденный телом вдоль лопатки за 2 с , если в начальный момент времени оно находилось в покое на расстоянии $L = 0,5 \text{ м}$ от оси вращения

О т в е т: $11,7 \text{ см}$.

Вариант 27.

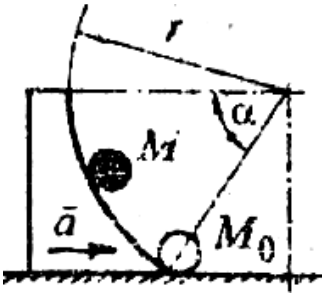


Кольцо массой $m = 1,0 \text{ кг}$ может двигаться по гладкой круговой направляющей радиусом $r = 0,5 \text{ м}$, расположенной в горизонтальной плоскости. Кольцо связано с двумя одинаковыми пружинами, жёсткость которых $c = 196,0 \text{ Н/м}$. Длины пружин в недеформированном состоянии равны z (т.е. положение тела, соответствующее точке O , является равновесным). Определить скорость кольца и радиальную

составляющую силы его давления на направляющую в положении равновесия, если движение кольца началось из состояния покоя при $\phi_0 = 45^\circ$.

Ответ: $5,51 \text{ м/с}; 18,3 \text{ Н}$.

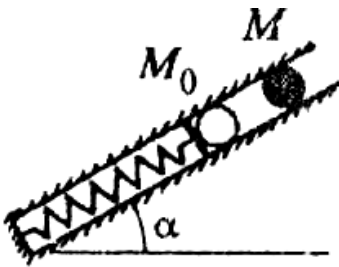
Вариант 28.



Рабочая поверхность толкателя представляет собой цилиндрическую поверхность радиусом r с углом охвата $\alpha = 60^\circ$. Толкатель начинает двигаться по горизонтальной плоскости с постоянным ускорением a и приводит в движение тело, находящееся на плоскости в покое. Пренебрегая трением тела о поверхность толкателя, определить, при каком минимальном значении ускорения толкателя тело достигнет верхней кромки.

Ответ: $17,0 \text{ м/с}^2$.

Вариант 29.

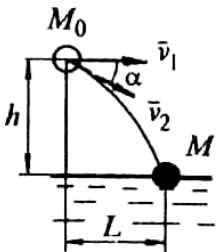


Тело массой $m = 10,0 \text{ кг}$ движется из состояния покоя под действием пружинного толкателя по прямолинейной направляющей, наклоненной к горизонту под углом $\alpha = 30^\circ$. Сила сопротивления со стороны направляющей $\mu = 50,0 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$, коэффициент жёсткости пружины толкателя $c = 1000,0 \text{ Н/м}$, в начальном положении деформация пружины равна $L = 20,0 \text{ см}$.

Определить, какую скорость получит тело к моменту окончания действия толкателя. Какую силу надо приложить к телу для того, чтобы его последующее движение оказалось равномерным?

Ответ: $0,58 \text{ м/с}$; $66,0 \text{ Н}$.

Вариант 30.

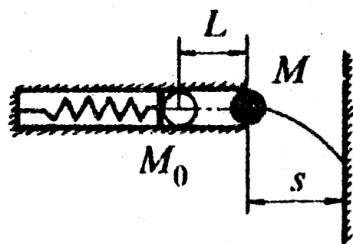


С летящего на высоте $h = 100,0 \text{ м}$ самолета производится пуск реактивной глубинной бомбы. Горизонтальная скорость самолета \bar{v}_1 , относительная скорость отделения бомбы \bar{v}_2 составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с \bar{v}_1 , $v_1 = 360,0 \text{ км/ч}$, $v_2 = 100,0 \text{ м/с}$, масса бомбы $m = 500,0 \text{ кг}$.

Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить дальность полета бомбы L до касания её с поверхностью воды. Полагая, что при движении в воде на бомбу действует сила сопротивления, проекция которой $\bar{R}_y = -\mu|\bar{v}_y| \cdot \bar{v}_y$, где $\mu = 10,0 \text{ Н}\cdot\text{с}^2/\text{м}^2$, найти значение вертикальной составляющей скорости бомбы на глубине $50,0 \text{ м}$.

Ответ: 320 м ; $32,0 \text{ м/с}$.

Вариант 31.



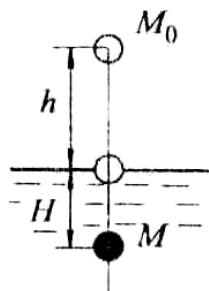
Тело массой $m = 0,1$ кг начинает движение в гладкой трубке из состояния покоя под действием пружины, жёсткость которой $c = 4,0$ кН/м. Начальная деформация сжатия пружины составляет $L = 0,2$ м. После вылета из трубки тело движется свободно в поле силы тяжести при действии силы сопротивления воздуха

$$\bar{R} = -\mu \cdot \bar{v}, \text{ где } \mu = 0,05 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}.$$

Пренебрегая сопротивлением воздуха при движении тела по трубке, определить, насколько оно опустится к моменту удара в стену, отстоящую от конца трубки на $s = 20,0$ м.

Ответ: 1,48 м.

Вариант 32.



Тело массой $m = 20,0$ кг падает без начальной скорости с некоторой высоты и со скоростью $35,0$ м/с входит в воду. Сила сопротивления воздуха $\bar{R} = -\mu_1 \bar{v}$, где $\mu_1 = 2,0$ Н·с/м, сила сопротивления воды $\bar{R} = -\mu_2 |\bar{v}| \cdot \bar{v}$ ($R = \mu_2 \cdot v^2$), где $\mu_2 = 0,3$ Н·с²/м², \bar{v} - скорость тела.

Пренебрегая некоторой потерей скорости при ударе тела о поверхность воды, определить:

1) с какой высоты h началось движение тела; 2) скорость погружения на глубине $H = 20,0$ м.

О т в е т: 1) 83,0 м; 2) 18,3 м/с.